

Trokuti i četverokuti - složeni zadaci

Nakon što u 7. razredu naučimo kako općenito transformirati formule (tj. kako iz osnovnih formula izvoditi ostale), na početku cjeline "Mnogokuti", nakon što uvedemo osnovne pojmove vezane uz mnogokute i nakon što uočimo da trokuti i četverokuti također spadaju u mnogokute, s učenicima rješavam složene zadatke iz opsega i površina trokuta i četverokuta u kojima koristimo po dvije formule (za opseg i površinu) i u kojima primjenjujemo transformacije formula.

Iako se takvi zadaci mogu naći i u nekim našim udžbenicima za 6. (ili čak 5.) razred, smatram da je prerano već tada ih rješavati (osim eventualno poneki **rijetki** primjer), budući da mnogim učenicima ni neke osnovnije stvari ne *sjedaju* tako lako (pa je bolje na te osnovnije stvari u ranijim razredima potrošiti vrijeme i energiju) i budući da se ovdje radi o **složenim** zadacima u kojima se koriste **dvije** formule - jedna u osnovnom obliku, a druga koju transformiramo, što uopće nije lako za shvatiti...

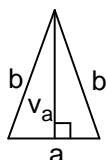
Ovdje možete naći popis zadataka koje radimo na satu, a u drugoj Word/pdf datoteci one za DZ.

Antonija Horvatek
Matematika na dlanu
<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

Trokuti

1.) Izračunaj opseg i površinu jednakokravnog trokuta kojem je:

a) osnovica duga 3 cm, kraci 0.25 dm, a visina na osnovicu 0.02 m



$$a = 3 \text{ cm}$$

$$b = 0.25 \text{ dm} = 2.5 \text{ cm}$$

$$v_a = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$O = ?$$

$$P = ?$$

$$O = a + 2b$$

$$O = 3 + 2 \cdot 2.5$$

$$O = 3 + 5$$

$$O = 8 \text{ cm}$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$P = \frac{3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$$

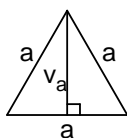
$$P = 3 \text{ cm}^2$$

b) stranica duga $\frac{1}{2}$ cm, kraci 2 cm, a visina na osnovicu $1\frac{1}{3}$ cm

(Rješenje: $O = 4\frac{1}{2}$ cm, $P = \frac{1}{3}$ cm²)

Prvi zadatak je "običan" zadatak u kojem ne koristimo transformacije formula. Trebamo li ga rješavati u sklopu ovog gradiva ili ne, ovisi o znanju učenika u konkretnom razredu...

2.) Visina jednakokravnog trokuta je 1.7 dm, a opseg mu je 6 dm. Izračunaj mu stranicu i površinu!



$$v_a = 1.7 \text{ cm}$$

$$O = 6 \text{ cm}$$

$$a = ?$$

$$P = ?$$

$$O = 3a$$

$$3a = O \quad / :3$$

$$a = \frac{O}{3}$$

$$a = \frac{6}{3}$$

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$P = \frac{\cancel{2} \cdot 1.7}{\cancel{2}}$$

$$P = 1.7 \text{ cm}^2$$

Slabijim učenicima kojima ne idu transformacije formula, pokazem kako umjesto da izvede formulu za **a** (iz formule za **O**), brojeve mogu uvrstiti u osnovnu formulu za **O** te dobiveni izraz riješiti kao jednadžbu i tako doći do rješenja za **a**. Mnogima se to jako sviđa pa radije koriste taj postupak:

$$O = 3a$$

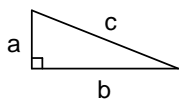
$$6 = 3a$$

$$3a = 6 \quad / :3$$

$$a = 2 \text{ cm}$$

Uočimo da oba postupka dovode do istog rješenja!

3.) Opseg pravokutnog trokuta je 15 cm, hipotenuza mu je 6.5 cm, a jedna kateta 6 cm. Kolika mu je površina?



$$O = 15 \text{ cm}$$

$$c = 6.5 \text{ cm}$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$P = \frac{6 \cdot 2.5}{2}$$

$$P = 7.5 \text{ cm}^2$$

$$O = a + b + c$$

$$a + b + c = O$$

$$b = O - a - c$$

$$b = 15 - 6 - 6.5$$

$$b = 2.5 \text{ cm}$$

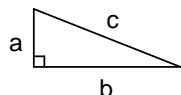
Ili:

$$\begin{aligned} O &= a + b + c \\ 15 &= 6 + b + 6.5 \\ 6 + b + 6.5 &= 15 \\ 12.5 + b &= 15 \\ b &= 15 - 12.5 \\ b &= 2.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Postupak:

1. Skiciramo zadani lik
2. Zapišemo što je zadano, podvučemo i zapišemo što se traži (u ovom primjeru "P=?")
3. U 2. stupac napišemo formulu za to što se traži (za **P**), te proučimo koje se veličine pojavljuju na **desnoj** strani te formule (**a** i **b**). Da bismo po toj formuli mogli izračunati **P**, moramo znati kolike su te veličine na **desnoj** strani tj. **a** i **b**. Pogledajmo u 1. stupcu što je zadano, tj. da li su nam poznati **a** i **b**! - Ne, nije nam poznat **b**! - Proučimo što **je** poznato, tj. iz čega bismo mogli izračunati **b**. Dakle, što nam je sve zadano (u 1. stupcu) i da li za nešto od toga postoji formula? - Da, zadan nam je opseg i postoji formula za njega. - Pa, iskoristimo je...
4. U 3. stupac napišemo formulu za opseg, s namjerom da je iskoristimo za izračunati **b**. (Dakle, napuštamo 2. stupac i u njemu si ispod formule ostavljamo prazan prostor kamo ćemo se kasnije vratiti izračunati površinu (nakon što u 3. stupcu izračunamo **b**) .) Nastavljamo u 3. stupcu: Proučimo koliko veličina iz te formule za **O** nam je poznato. - Poznato nam je sve (**O**, **a** i **c**) osim **b**, pa tu formulu možemo iskoristiti za izračunati **b**.
5. U 3. stupcu ispod formule za **O** izvedemo formulu za **b**, te u nju uvrstimo brojeve i izračunamo **b**. (Slabiji učenici mogu u **osnovnu** formulu za **O** uvrstiti sve zadano, dobiveni izraz riješiti kao jednadžbu, te tako izračunati **b**. Uočimo da dobivamo isto rješenje!)
6. Vratimo se u 2. stupac, te u formulu za **P** uvrstimo potrebno (koristimo **a** iz prvog stupca **b** kojeg smo izračunali u trećem stupcu) i izračunamo.

4.) Jedna kateta pravokutnog trokuta duga je 3 dm, hipotenuza je 5 dm, a površina mu je 6 dm².
 Koliki mu je opseg?



$$a = 3 \text{ dm}$$

$$c = 5 \text{ dm}$$

$$P = 6 \text{ dm}^2$$

$$O = ?$$

$$O = a + b + c$$

$$O = 3 + 4 + 5$$

$$O = 12 \text{ dm}$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2P = a \cdot b$$

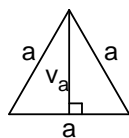
$$a \cdot b = 2P \quad / : a$$

$$b = \frac{2P}{a}$$

$$b = \frac{2 \cdot 6}{3}$$

$$b = 4 \text{ dm}$$

5.) Površina jednakostraničnog trokuta je 6.8 cm², a visina mu je 3.4 cm. Koliki mu je opseg?



$$P = 6.8 \text{ cm}^2$$

$$v_a = 3.4 \text{ cm}$$

$$O = ?$$

$$O = 3a$$

$$O = 3 \cdot 4$$

$$O = 12 \text{ cm}$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

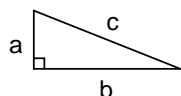
...

$$a = \frac{2P}{v_a}$$

$$a = \frac{2 \cdot 6.8}{3.4}$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

6.) Površina pravokutnog trokuta je 30 cm², opseg 30 cm, a jedna kateta 12 cm. Kolika mu je hipotenuza?



$$P = 30 \text{ cm}^2$$

$$O = 30 \text{ cm}$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$c = ?$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2} \quad / \cdot 2$$

$$b = \frac{2P}{a}$$

$$b = \frac{2 \cdot 30}{12}$$

$$b = 5 \text{ dm}$$

$$O = a + b + c$$

$$a + b + c = O$$

$$c = O - a - b$$

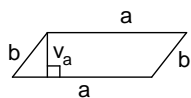
$$c = 30 - 12 - 5$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

c se traži, ali formula za c ne postoji (pa ne možemo krenuti od nje). Pa, pogledajmo što je zadano (u 1. stupcu) i sjetimo se za što od toga znamo formule - i za opseg i za površinu. Zapišimo obje formule (svaku u svoj stupac) i proučimo koliko je veličina poznato, a koliko nepoznato u svakoj od njih. Krenut ćemo od one u kojoj je samo jedna veličina nepoznata - iz te ćemo formule izvesti formulu za nepoznatu veličinu i izračunati je. Nakon toga ponovo proučimo što nam je **sad** sve poznato u onoj drugoj formuli (sve osim jedne veličine), te izvedimo formulu za nepoznato, uvrstimo i izračunajmo.

Četverokuti

1.) Izračunaj opseg i površinu paralelograma čije su stranice duge 8.2 dm i 0.37 m, a visina na dulju stranicu je 2.4 dm.



$$a = 8.2 \text{ dm}$$

$$b = 0.37 \text{ m} = 3.7 \text{ dm}$$

$$v_a = 2.4 \text{ dm}$$

$$O = ?$$

$$P = ?$$

$$O = 2a + 2b$$

$$O = 2 \cdot 8.2 + 2 \cdot 3.7$$

$$O = 16.4 + 7.4$$

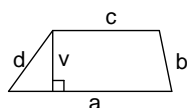
$$O = 23.8 \text{ dm}$$

$$P = a \cdot v_a$$

$$P = 8.2 \cdot 2.4$$

$$P = 19.68 \text{ dm}^2$$

2.) Izračunaj opseg i površinu trapeza čije su osnovice duge 9.5 cm i 0.25 dm, kraci 5.6 cm i 0.05 m, a visina 0.4 dm



$$a = 9.5 \text{ cm}$$

$$c = 0.25 \text{ dm} = 2.5 \text{ cm}$$

$$b = 5.6 \text{ cm}$$

$$d = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$$v = 0.4 \text{ dm} = 4 \text{ cm}$$

$$O = ?$$

$$P = ?$$

$$O = a + b + c + d$$

$$O = 9.5 + 5.6 + 2.5 + 5$$

$$O = 22.6 \text{ cm}$$

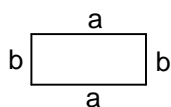
$$P = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$$

$$P = \frac{(9.5 + 2.5) \cdot 4}{2}$$

...

$$P = 24 \text{ cm}^2$$

3.) Opseg pravokutnika je 37 cm, a jedna stranica mu je 9.1 cm. Kolika mu je površina?



$$O = 37 \text{ cm}$$

$$a = 9.1 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$P = a \cdot b$$

$$P = 9.1 \cdot 9.4$$

$$P = 85.54 \text{ cm}^2$$

$$O = 2a + 2b$$

$$2a + 2b = O$$

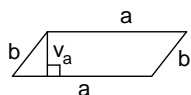
$$2b = O - 2a \quad / : 2$$

$$b = \frac{O - 2a}{2}$$

$$b = \frac{37 - 2 \cdot 9.1}{2}$$

$$b = 9.4 \text{ cm}$$

4.) Opseg paralelograma je 26.5 dm, jedna stranica mu je $b = 6.1$ dm, a visina $v_a = 0.5$ m . Kolika mu je površina?



$$O = 26.5 \text{ dm}$$

$$b = 6.1 \text{ dm}$$

$$v_a = 0.5 \text{ m} = 5 \text{ dm}$$

$$P = ?$$

$$P = a \cdot v_a$$

$$P = 7.15 \cdot 5$$

$$P = 35.75 \text{ dm}^2$$

$$O = 2a + 2b$$

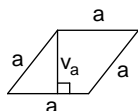
...

$$a = \frac{O - 2b}{2}$$

$$a = \frac{26.5 - 2 \cdot 6.1}{2}$$

$$a = 7.15 \text{ dm}$$

5.) Koliki je opseg romba ako mu je površina 14 cm^2 , a visina 5 cm ?



$$P = 14 \text{ cm}^2$$

$$v_a = 5 \text{ cm}$$

$$O = ?$$

$$O = 4a$$

$$O = 4 \cdot 2.8$$

$$O = 11.2 \text{ cm}$$

$$P = a \cdot v_a$$

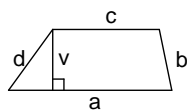
...

$$a = \frac{P}{v_a}$$

$$a = \frac{14}{5}$$

$$a = 2.8 \text{ cm}^2$$

6.) Opseg trapeza je 11 dm, kraci 2.8 dm i 2.5 dm, jedna osnovica 4.75 dm, a visina 2 dm. Kolika mu je površina?



$$O = 11 \text{ dm}$$

$$b = 2.8 \text{ dm}$$

$$d = 2.5 \text{ dm}$$

$$a = 4.75 \text{ dm}$$

$$v = 2 \text{ dm}$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$$

$$P = \frac{(4.75 + 0.95) \cdot 2}{2}$$

$$P = 5.7 \text{ dm}^2$$

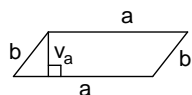
$$O = a + b + c + d$$

$$c = O - a - b - d$$

$$c = 11 - 4.75 - 2.8 - 2.5$$

$$c = 0.95 \text{ dm}$$

7.) Površina paralelograma je 30 cm^2 , jedna stranica mu je $b = 7.5 \text{ dm}$, a visina $v_a = 2.5 \text{ cm}$. Koliki mu je opseg?



$$P = 30 \text{ cm}^2$$

$$b = 7.5 \text{ cm}$$

$$v_a = 2.5 \text{ cm}$$

$$O = ?$$

$$O = 2a + 2b$$

$$O = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 7.5$$

$$O = 24 + 15$$

$$\boxed{O = 39 \text{ cm}}$$

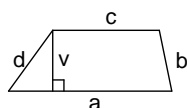
$$P = a \cdot v_a$$

$$a = \frac{P}{v_a}$$

$$a = \frac{30}{2.5}$$

$$\boxed{a = 12 \text{ cm}}$$

8.*) Površina trapeza je 18 cm^2 , a osnovnice su mu duge 10 cm i 2 cm . Izračunaj mu visinu.



$$P = 18 \text{ cm}^2$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$c = 2 \text{ cm}$$

$$v = ?$$

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2P = (a+c) \cdot v$$

$$(a+c) \cdot v = 2P \quad / : (a+c)$$

$$v = \frac{2P}{a+c}$$

$$v = \frac{2 \cdot 18}{10+2}$$

$$\boxed{v = 3 \text{ cm}}$$

Ili:

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

$$18 = \frac{(10+2) \cdot v}{2}$$

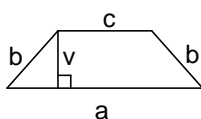
$$18 = \frac{12 \cdot v}{2}$$

$$18 = 6v$$

$$6v = 18 \quad / : 6$$

$$\boxed{v = 3 \text{ cm}}$$

9.*) Kraci jednakokračnog trapeza dugi su 5 cm , visina mu je 3 cm , dulja osnovica 14 cm , a površina 30 cm^2 . Koliki mu je opseg?



$$b = 5 \text{ cm}$$

$$v = 3 \text{ cm}$$

$$a = 14 \text{ cm}$$

$$P = 30 \text{ cm}^2$$

$$O = ?$$

$$O = a + 2b + c$$

$$O = 14 + 2 \cdot 5 + 6$$

$$O = 14 + 10 + 6$$

$$\boxed{O = 30 \text{ cm}}$$

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2P = (a+c) \cdot v$$

$$(a+c) \cdot v = 2P \quad / : v$$

$$a+c = \frac{2P}{v}$$

$$c = \frac{2P}{v} - a$$

$$c = \frac{2 \cdot 30}{3} - 14$$

$$\boxed{c = 6 \text{ cm}}$$