

8. razred

Kvadriranje, korjenovanje i potenciranje - zadaci za ponavljanje i sistematizaciju na kraju cjeline

Ovo su zadaci koje možemo iskoristiti za ponavljanje i sistematizaciju na kraju ove cjeline. Možemo ih umnožiti i podijeliti učenicima (zajedno s rješenjima) za samostalnu pripremu (kod kuće) ili za pripremu u grupama (na satu), a dio možemo i zajednički riješiti na satu...

Antonija Horvatek

Matematika na dlanu

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

Kvadriranje, korjenovanje i potenciranje
- ponavljanje i sistematizacija

1.) Izračunaj:

- | | | | |
|--------------|---------------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) 8^2 | f) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ | j) $\sqrt{-25}$ | n) $\sqrt{0.0049}$ |
| b) 300^2 | g) 0.2^2 | k) $-\sqrt{64}$ | o) $\sqrt{0.01}$ |
| c) $(-40)^2$ | h) 0.09^2 | l) $\sqrt{4000000}$ | p) $-\sqrt{256}$ |
| d) -16^2 | i) $\sqrt{9}$ | m) $\sqrt{\frac{9}{64}}$ | r) $\sqrt{\frac{361}{289}}$ |
| e) 74^2 | | | |

2.) Izračunaj:

- | | |
|--|--|
| a) $-3^2 + (-3)^2$ | g) $\sqrt{100-36}$ |
| b) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 - \frac{\sqrt{4}}{5} + \frac{2^2}{\sqrt{25}}$ | h) $\sqrt{100} - \sqrt{36}$ |
| c) $4^2 - 6^2$ | i) $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{8}}$ |
| d) $(4-6)^2$ | j) $\frac{\sqrt{400} - \sqrt{100}}{\sqrt{16}} \cdot (4^2 - 2 \cdot \sqrt{25})$ |
| e) $\sqrt{81} - 10^2$ | |
| f) $72 - 8^2 : \sqrt{4}$ | |

3.) Sredi izraze:

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $x \cdot (2x + 7y + 9)$ | e) $-(2ax - b) \cdot 3x$ |
| b) $(-2x - 3y + 4xy) \cdot 5xy$ | f) $-(6e - 5f) \cdot (e - 3f)$ |
| c) $(6a - 4b) \cdot (5a + 3b)$ | g) $(x - y) \cdot (x + y) + (x + 2y) \cdot (2x - y)$ |
| d) $(m - 3n) \cdot (m + 3n)$ | h) $(2a + b) \cdot 3a - (4a - b) \cdot (4a + 2b)$ |

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

$$(a \cdot b)^2 =$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 =$$

$$a^2 \cdot b^2 =$$

$$\frac{a^2}{b^2} =$$

*

S kojim se računskim operacijama kvadriranje "dobro slaže"?
Na što mislimo kad to kažemo?

Npr. $(4x)^2 =$

$$23 \cdot \left(\frac{1}{23}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^2 =$$

$$\frac{44^2}{77^2} =$$

4.) Izračunaj:

a) $27^2 \cdot \left(\frac{1}{54}\right)^2$

b) $\left(\frac{13}{27}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{26}\right)^2 \cdot \left(\frac{24}{25}\right)^2$

c) $390^2 : 39^2$

5.) Iskvdriraj:

a) $\left(\frac{-6a}{15bc}\right)^2$

b) $-\left(0.2\frac{a}{b}\right)^2$

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

$$(a + b)^2 =$$

$$(a - b)^2 =$$

**

S kojim se računskim operacijama kvadriranje **ne** slaže dobro?
Na što mislimo kad to kažemo?

Kako glasi "priča o prvom i drugom"?
Kad primjenjujemo te priče (na kakve izraze)?

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

$$a^2 - b^2 =$$

$$(a - b) \cdot (a + b) =$$

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$

6.) Sredi izraze:

a) $(5ab + 7)^2$

b) $-(6c + d) \cdot (6c - d) + (12c - d) \cdot 3c$

c) $(2x + 3y) \cdot (8x - 12y) - (4x - 6y)^2$

d) $(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) - (4x - y) \cdot x$

e) $\left(\frac{2x+3y}{5z}\right)^2$

7.) Napiši u obliku umnoška:

a) $9a^2 - b^2$

c) $0.16 a^2 - \frac{1}{9} b^2$

b) $225 - 169 x^2 y^2$

d) $3.24 - \frac{9x^2}{196y^2}$

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} =$$

$$\sqrt{a \cdot b} =$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} =$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} =$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} =$$

$$(\sqrt{a})^2 =$$

**

S kojim se računskim operacijama korjenovanje dobro slaže?

**

Na što mislimo kad to kažemo?

Npr. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$

$$\sqrt{169 \cdot 9} =$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{\frac{49}{64}} =$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} =$$

$$(\sqrt{7})^2 =$$

S kojim se računskim operacijama korjenovanje **ne** slaže dobro?

Na što mislimo kad to kažemo?

8.) Prepiši i umetni znakove = ili \neq :

a) $(x + y)^2$ $x^2 + y^2$

e) $\sqrt{x+y}$ $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

b) $(x - y)^2$ $x^2 - y^2$

f) $\sqrt{x-y}$ $\sqrt{x} - \sqrt{y}$

c) $(x \cdot y)^2$ $x^2 \cdot y^2$

g) $\sqrt{x \cdot y}$ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

d) $(x : y)^2$ $x^2 : y^2$

h) $\sqrt{x:y}$ $\sqrt{x} : \sqrt{y}$

9.) Izračunaj:

a) $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$

j) $-6\sqrt{10} + 4 - \sqrt{10} - 2$

b) $2\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7}$

k) $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{7} \cdot 3$

l) $6\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{2}$

d) $2 \cdot 3\sqrt{7}$

m) $5\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

e) $2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$

n) $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{8}$

f) $2\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{6}$

o) $3\sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} - \sqrt{7} + 4\sqrt{3})$

g) $2\sqrt{7} - 3\sqrt{6}$

p) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{5} - \sqrt{3})$

h) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{2} + \sqrt{3}$

r) $(4\sqrt{3} + 2\sqrt{7}) \cdot (4\sqrt{3} - 2\sqrt{7})$

i) $-\sqrt{5} + \sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

s) $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2} - 3)$

10.) Iskvdriraj:

a) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)^2$ c) $(4\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$
 b) $(5-\sqrt{3})^2$ d) $\left(\frac{5\sqrt{2}-4}{2\sqrt{3}}\right)^2$

11.) U ovom zadatku pazi koje računске operacije (osim korjenovanja) imaš i kako se računa, te izračunaj:

a) $\sqrt{196 \cdot 25}$ d) $\sqrt{\frac{169x^2y^2}{225z^2}}$ f) $\sqrt{2500-\sqrt{900}}$
 b) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$ e) $\sqrt{144+81}$ g) $\sqrt{2500-900}$
 c) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{63}}$ h) $\sqrt{2500 \cdot 900}$

12.) Sredi izraze (djelomično korjenuj):

a) $\sqrt{63}$ c) $\sqrt{32}$ e) $5\sqrt{12} - 6\sqrt{27}$
 b) $\sqrt{800}$ d) $\sqrt{28} - \sqrt{63}$ f) $\sqrt{50} + 2\sqrt{8} - \sqrt{60} + 4\sqrt{15} - 3\sqrt{18}$

13.) Racionaliziraj nazivnik:

a) $\frac{4}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ c) $\frac{7}{2\sqrt{5}}$ d) $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$ e) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

14.) Riješi jednadžbu:

a) $x^2 = 9$ c) $x^2 = 10$ e) $-x^2 = -100$ g) $-3x^2 - 7 = -23 + x^2$
 b) $x^2 = -9$ d) $x^2 = 50$ f) $7x^2 - 2 = 2x^2 + 18$ h) $(3a - 5)^2 = 49$

15.) Izračunaj:

a) 3^5 g) $4.68 \cdot 10^3$ k) 5^{-3} p) $\left(\frac{15}{8}\right)^{-2}$
 b) 16^0 h) $\left(\frac{4}{7}\right)^3$ l) $5 \cdot 10^{-3}$
 c) 15^1 i) $(-9)^3$ m) 28^{-1}
 d) $82 \cdot 10^{-4}$ j) $(-3)^4$ n) $28 \cdot 10^{-1}$ r) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$
 e) $6.2 \cdot 10^3$ o) $\left(\frac{1}{14}\right)^{-2}$

16.) Napiši u obliku potencije:

a) $65 \cdot 65 \cdot 65$ b) $\frac{xy}{7} \cdot \frac{xy}{7} \cdot \frac{xy}{7} \cdot \frac{xy}{7}$ c) $(4a - b^2) \cdot (4a - b^2)$

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

**

$a^n \cdot a^m =$ $a^n \cdot b^n =$ $(a^n)^m$

$a^n : a^m =$ $a^n : b^n =$

$\frac{a^n}{a^m} =$ $\frac{a^n}{b^n} =$

17.) Napiši u obliku potencije:

Antonija Horvatek

m) g) $2^{-3} \cdot 2^5$ n) $\frac{1}{9} \cdot 3^8$
 h) $6^7 \cdot 6^{-10}$
 i) $5^{-17} \cdot 5^{-12}$
 j) $9 \cdot 3^5$
 o) $1000 \cdot 10^5$
 p) $0.000\ 01 \cdot 10^2$
 r) $6^4 \cdot 6^{-7}$

- a) $6^7 \cdot 6^{12}$
 b) $(-3)^8 \cdot (-3)^{10} \cdot (-3)$
 c) $4.2^5 \cdot 4.2 \cdot 4.2$
 d) $\left(\frac{5}{9}\right)^8 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^8$
 e) $8^{14} : 8^2$
 f) $0.6^{17} : 0.6^6$

18.) Izračunaj:

- a) $2^4 \cdot 5^4$ c) $0.002^3 \cdot 1000^3$
 b) $\left(\frac{13}{18}\right)^{70} \cdot \left(\frac{18}{13}\right)^{70}$ d) $518^4 : 259^4$
 e) $4.5^3 : 1.5^3$
 f) $0.75^3 : 0.15^3$

19.) Napiši u obliku potencije:

- a) $(7^6)^8$ b) $(1.7^3)^9$ c) $(4^{-2})^7$ d) $(6^{-8})^{-1}$

Rješenja:

- 1.) a) 64 b) 90 000 c) 1600 d) -256 e) 5476 f) 4/25 g) 0.04 h) 0.0081
 i) 3 j) ne postoji k) -8 l) 2000 m) 3/8 n) 0.07 o) 0.1 p) -16 r) 19/17
 2.) a) 0 b) 26/25 c) -20 d) 4 e) -91 f) 40 g) 8 h) 4 i) 1 j) 15
 3.) a) $2x^2 + 7xy + 9x$ b) $-10x^2y - 15xy^2 + 20x^2y^2$ c) $30a^2 - 2ab - 12b^2$ d) $m^2 - 9n^2$
 e) $-6ax^2 + 3bx$ f) $-6e^2 + 23ef - 15f^2$ g) $3x^2 + 3xy - 3y^2$ h) $-10a^2 - ab + 2b^2$

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

Kvadriranje se dobro slaže s **množenjem i dijeljenjem**.

Kad kažemo da se kvadriranje i množenje dobro slažu, mislimo na to da je svejedno hoćemo li dva broja prvo pomnožiti a zatim kvadrirati rezultat, ili ćemo prvo kvadrirati svaki od tih brojeva a zatim pomnožiti kvadrate - u oba slučaja dobit ćemo isti rezultat. Tj. vrijedi $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$.

*

Slično je i sa kvadriranjem i dijeljenjem: Svejedno je hoćemo li prvo podijeliti dva broja a zatim iskvdrirati rezultat, ili ćemo prvo kvadrirati brojeve a zatim podijeliti kvadrate - u oba slučaja dobivamo isti rezultat. Tj. vrijedi $(a : b)^2 = a^2 : b^2$.

Npr. $(4x)^2 = 16x^2$

$$23 \cdot \left(\frac{1}{23}\right)^2 = \left(23 \cdot \frac{1}{23}\right)^2 = 1^2 = 1$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$

$$\frac{44^2}{77^2} = \left(\frac{44}{77}\right)^2 = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$$

- 4.) a) 1/4 b) 16/225 c) 100
 5.) a) $\frac{36a^2}{225b^2c^2}$ b) $-0.04 \frac{a^2}{b^2}$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Kvadriranje se **ne** slaže dobro sa **zbrajanjem** i **oduzimanjem**.

To znači: Nije svejedno hoćemo li dva broja prvo zbrojiti a zatim kvadrirati rezultat, ili ćemo prvo brojeve kvadrirati a zatim zbrojiti kvadrate - u ta dva slučaja dobivaju se **različita** rješenja! Tj. $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$.

Slično je i sa oduzimanjem: Nije svejedno hoćemo li dva broja prvo oduzeti a zatim kvadrirati rezultat, ili ćemo prvo brojeve kvadrirati a zatim oduzeti kvadrate - u ta dva slučaja dobivaju se **različita** rješenja! Tj. $(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$.

Imamo **dvije** priče o prvom i drugom. One glase:

** I. Kvadrat zbroja jednak je: prvi na kvadrat, plus dvostruki prvi puta drugi, plus drugi na kvadrat.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

II. Kvadrat razlike jednak je: prvi na kvadrat, minus dvostruki prvi puta drugi, plus drugi na kvadrat.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Te priče primjenjujemo (samo) kad kvadriramo zagrade u kojima imamo plus ili minus.

Drugim riječima, primjenjujemo ih kad imamo kvadrat zbroja ili razlike.

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$\text{Može i: } a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

6.) a) $25a^2 b^2 + 70ab + 49$ b) $d^2 - 3cd$ c) $-72y^2 + 48xy$ d) $-9y^2 + xy$ e) $\frac{4x^2 + 12xy + 9y^2}{25z^2}$

7.) a) $(3a + b) \cdot (3a - b)$ b) $(15 - 13xy) \cdot (15 + 13xy)$ c) $(0.4a - 1/3 b) \cdot (0.4a + 1/3 b)$ d) $\left(1.8 - \frac{3x}{14y}\right) \cdot \left(1.8 + \frac{3x}{14y}\right)$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \qquad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a \qquad (\sqrt{a})^2 = a$$

Korjenovanje se dobro slaže s **množenjem** i **dijeljenjem**.

Kad kažemo da se korjenovanje dobro slaže s množenjem, mislimo na to da je svejedno hoćemo li dva broja prvo pomnožiti a nakon toga korjenovati rezultat, ili ćemo prvo svaki od brojeva korjenovati a zatim pomnožiti korijene - u oba slučaja dobivamo **jednake** rezultate. Tj. vrijedi $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.

** Kad kažemo da se korjenovanje dobro slaže s dijeljenjem, mislimo na to da je svejedno hoćemo li dva broja prvo podijeliti a nakon toga korjenovati rezultat, ili ćemo prvo svaki od brojeva korjenovati a zatim podijeliti korijene - u oba slučaja dobivamo **jednake** rezultate. Tj. vrijedi $\sqrt{a:b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$.

**

Npr. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ $\sqrt{169 \cdot 9} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{9} = 13 \cdot 3 = 39$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2 \qquad \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5 \qquad (\sqrt{7})^2 = 7$$

Korjenovanje se **ne** slaže dobro sa **zbrajanjem** i **oduzimanjem**.

To jest:

Nije svejedno hoćemo li prvo zbrojiti dva broja pa onda korjenovati rezultat, ili ćemo prvo korjenovati brojeve a zatim zbrojiti korijene - u ta dva slučaja dobivamo **različite rezultate**! Tj. $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Slično vrijedi i za oduzimanje: $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

- 8.) a) $(x + y)^2 \neq x^2 + y^2$ e) $\sqrt{x + y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
 b) $(x - y)^2 \neq x^2 - y^2$ f) $\sqrt{x - y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$
 c) $(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$ g) $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$
 d) $(x : y)^2 = x^2 : y^2$ h) $\sqrt{x : y} = \sqrt{x} : \sqrt{y}$
- 9.) a) $5\sqrt{7}$ b) 42 c) $6\sqrt{7}$ d) $6\sqrt{7}$ e) 14 f) $6\sqrt{42}$ g) ne može se dalje srediti h) $-4\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$
 i) $-4\sqrt{5} + \sqrt{2}$ j) $-7\sqrt{10} + 2$ k) 24 l) $18\sqrt{14}$ m) 30 n) 12 o) $30 - 3\sqrt{14} + 12\sqrt{6}$
 p) $5\sqrt{15} + 9$ r) 20 s) $2\sqrt{6} - 3\sqrt{3} - 4 + 3\sqrt{2}$
- 10.) a) $\frac{18}{7}$ b) $28 - 10\sqrt{3}$ c) $37 - 8\sqrt{10}$ d) $\frac{66 - 40\sqrt{2}}{12}$
- 11.) a) 70 b) 9 c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{13xy}{15z}$ e) 15 f) 20 g) 40 h) 1500
- 12.) a) $3\sqrt{7}$ b) $20\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{2}$ d) $-\sqrt{7}$ e) $-8\sqrt{3}$ f) $2\sqrt{15}$
- 13.) a) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{30}}{3}$ c) $\frac{7\sqrt{5}}{10}$ d) $\frac{-3\sqrt{35} - 9\sqrt{14}}{13}$ e) $12 - 5\sqrt{6}$
- 14.) a) $x = \pm 3$ b) Jednadžba nema rješenja. c) $x = \pm\sqrt{10}$ d) $x = \pm 5\sqrt{2}$ e) $x = \pm 10$ f) $x = \pm 2$
 g) $x = \pm 2$ h) $a_1 = 4, a_2 = -2/3$
- 15.) a) 243 b) 1 c) 15 d) 0.0082 e) 62 000 f) 0.017 g) 4680 h) 64/343
 i) -729 j) 81 k) 1/125 l) 0.005 m) 1/28 n) 2.8 o) 196 p) 64/225 r) 32/243
- 16.) a) 65^3 b) $\left(\frac{xy}{7}\right)^4$ c) $(4a - b^2)^2$

Ponovimo jednakosti (prepiši i dopuni):

**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$a^n : b^n = (a:b)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = (a:b)^n$$

- 17.) a) 6^{19} b) $(-3)^{19}$ c) $4 \cdot 2^7$ d) $(5/9)^{16}$ e) 8^{12} f) 0.6^{11} g) 2^2 h) 6^{-3} i) 5^{-27}
 j) 3^7 k) 2^{13} l) 4^{10} m) 5^4 n) 3^6 o) 10^8 p) 10^{-3} r) 6^{11} s) 52^5 t) 8^{12} u) 5^{-12}
- 18.) a) $10^4 = 10\,000$ b) $1^{70} = 1$ c) $2^3 = 8$ d) $2^4 = 16$ e) $3^3 = 27$ f) $5^3 = 125$
- 19.) a) 7^{48} b) 1.7^{27} c) 4^{-14} d) 6^8