

Decimalni brojevi

– zorno i jasno

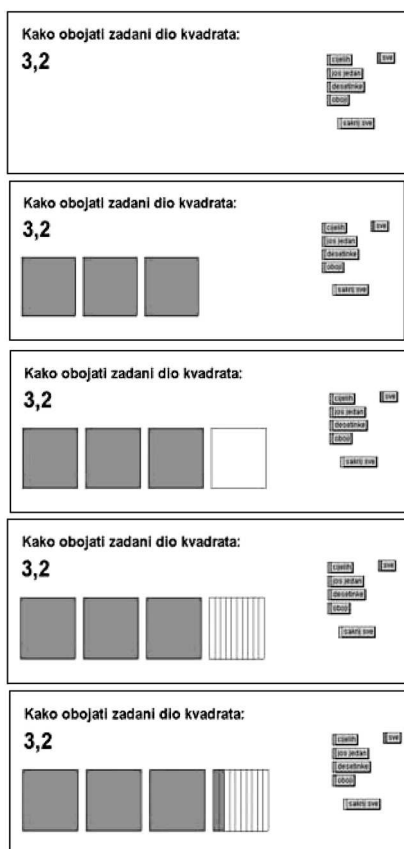
Antonija Horvatek, Ivanić Grad

U prethodnom broju *Miš*-a izašao je odličan članak prof. Zdravka Kurnika, “Heuristička nastava”. U opisu njezinih karakteristika te dobrih i loših strana prepoznala sam elemente koje sam baš tih dana intenzivno susretala na svojim satima, na kojima sam petaše navodila na uočavanje mnogih važnih zaključaka vezanih uz decimalne brojeve. Naime, ove sam školske godine sate vezane uz cjelinu “Decimalni brojevi” obogatila **zornim prikazom** decimalnih brojeva – napravila sam nekoliko *Geometer’s Sketchpad* datoteka koje nas, prikazujući mnoge detalje, korak po korak navode na zaključke. U ovom ću članku opisati te datoteke (koje sam koristila pomoću projektor), kako sam njihovo korištenje uklopila u nastavu, te koje smo sve zaključke zahvaljujući tom zornom prikazu uspjeli otkriti i pojasniti, odnosno “učiniti opipljivima”.

Korištenju projektor prethodila su 2-3 “klasična” školska sata na kojima smo se upoznali s pojmom decimalnog broja, naučili smo kako ga čitati (ako imamo jednu decimalu onda su desetinke, dvije decimale – stotinke...) i zapisivati, te koji su nazivi znamenki. Nakon navedenog, na početku idućeg sata ponovili smo naučeno i nastavili s istraživanjem:

1. Prva stranica sketcha *Decimalni-osnove.gsp* napravljena je s namjerom da **zorno pojasnimo** pojam decimalnog broja u kojem imamo **jednu decimalu**. Na njoj se traži da obojimo zadani dio kvadrata, a prvi zadani broj je 3.2. Klikćući redom na gumbiće, korak po korak nastaje slika (slika 1).

Za vrijeme korištenja ove stranice važno je:



Slika 1.

- naglas jasno pročitati zadani broj “3 cijela i 2 desetinke”, da se čuje “3 cijela” i odvojeno od toga “2 desetinke”, te da učenici uoče da se **boji točno to što izgovaramo**
- istaknuti da je pojam desetinke upravo ono što smo kod razlomaka nazivali desetinama (a razlomke smo upoznali u prošloj cjelini), samo što ovdje imamo drukčiji zapis – pomoću decimalne točke.

Naravno, za vrijeme nastajanja slike učitelj prije svakog koraka može (i bilo bi dobro) postaviti odgovarajuće pitanje, npr. “Koliko ćemo cijelih kvadrata obojiti?”, “Na koliko jednakih dijelova trebamo podijeliti zadnji kvadrat?”, “Moraju li ti dijelovi biti jednako veliki?”, “Zašto?”, “Koliko ih bojimo?”...

Nakon što tako obojimo 3.2 kvadrata, klikom na gumbić “sakrij” slika nestane, nakon čega možemo promijeniti vrijednost parametra 3.2 u npr. 2.8, te prozvati nekog od učenika (oni **jako rado sudjeluju!**) da opiše kako bi to obojio, a mi za to vrijeme klikovima pratimo njegovu priču (i opet dobijemo sliku). I tako nekoliko puta...

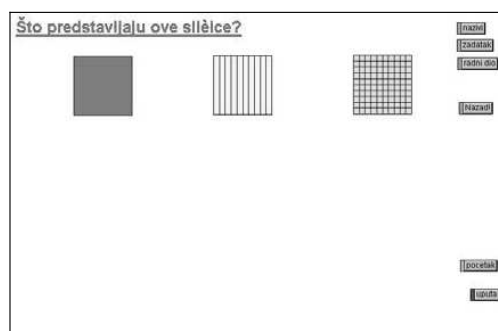
2. Druga stranica sketcha pojašnjava **stotinke**, a ujedno i činjenicu da **decimalni dio** možemo čitati bilo u komadu, bilo znamenku po znamenku – u oba je slučaja smisao isti. Tako npr. 2.74 kvadrata možemo obojiti na 2 načina:

- obojimo 2 cijela kvadrata, a trećeg podijelimo na 100 jednakih dijelova i obojimo 74 (ovdje decimalni dio čitamo u komadu – 74 stotinki)
- obojimo 2 cijela kvadrata, a trećemu 7 desetinki i 4 stotinke (ovdje decimalni dio čitamo znamenku po znamenku).

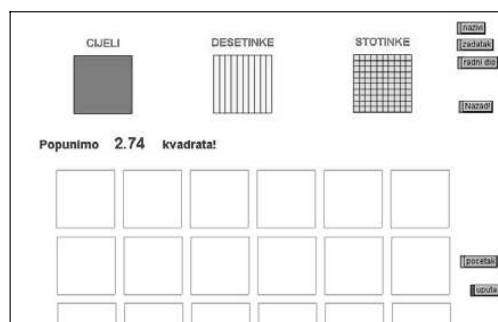
Naravno, u početku je učenicima bliži i jasniji prvi način jer je on u skladu s načinom na koji čitamo broj. Međutim, razumijevanje drugog načina nam je bitno za donošenje mnogih važnih zaključaka vezanih uz razumijevanje pojma decimalnog broja (kao što ćemo vidjeti u nastavku).

Ova stranica sketcha služi nam da bismo krećući od prvog načina učenike naveli na drugi i da bismo im predočili kako **će u oba slučaja jednaka količina biti obojana**.

Slika 2.1. prikazuje što vidimo na toj stranici prilikom njezinog otvaranja. Od učenika očekujemo da kažu što predstavljaju prikazane sličice. Nakon što od njih čujemo odgovore (cijeli kvadrat, desetinke i stotinke), prikažemo te odgovore, a nakon toga prikažemo i zadatak *Popunimo 2.74 kvadrata!* i prazne kvadrate u donjem dijelu ekrana (slika 2.2.).



Slika 2.1.



Slika 2.2.

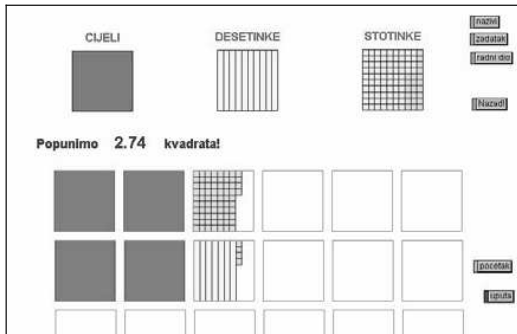
Prazne kvadrate možemo popunjavati tako da mišem primimo ono što trebamo iz gornjeg retka i odvučemo dolje. Možemo selektirati i nekoliko objekata odjednom (npr. 70 stotinki), pa ih sve odjednom preseliti. Ovdje treba reći i to da prvi (cijeli) kvadrat zapravo nije samo jedan kvadrat, već ih je nekoliko sukladnih naslagano jedno na drugo, pa odvlačeći jednog po jednog možemo popuniti nekoliko praznih kvadrata.

Pretpostavljam da nakon ovog opisa naslućujete što nam je na satu činiti:

- naglas pročitamo zadani broj “2 cijela i 74 stotinke”, te upitamo učenike kako bi oni to obojali...
- primimo cijeli kvadrat, odvučemo ga u prvi prazni, pa primimo još jedan cijeli i odvučemo ga u drugi prazni; nakon toga selektiramo 70 stotinki i odvučemo ih u treći prazni kvadrat, a nakon toga još i 4 stotinke;
- nakon toga pitamo učenike da li bismo mogli obojati istu količinu, ali koristeći desetinke umjesto tako velikog broja stotinki

(odgovor pronalazimo promatrajući sliku);

- prateći priču učenika kojeg smo prozvali, u drugom retku popunimo 2 cijela kvadrata, a trećemu 7 desetinki i 4 stotine (slika 2.3.);



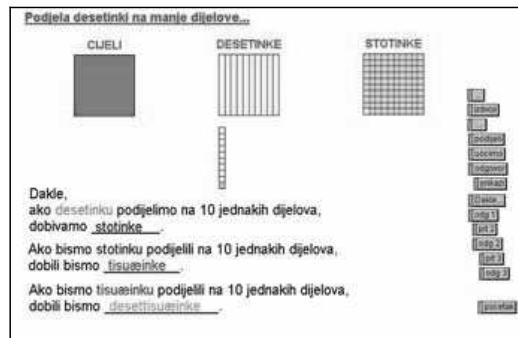
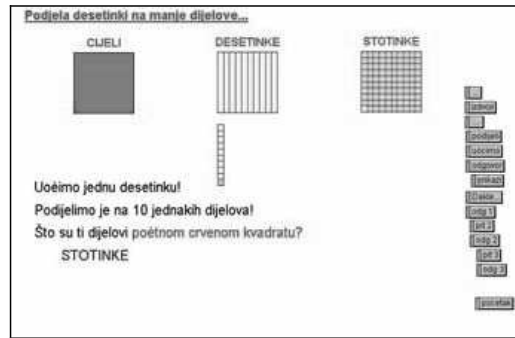
Slika 2.3.

- upitamo učenike da li se i u **samom zapisu zadanog broja** vidi koliko smo desetinki i koliko stotinki (kod drugog popunjavanja) trebali... uočavamo znamenke 7 i 4 u decimalnom dijelu... dolazimo do zaključka da decimalni dio možemo čitati bilo u komadu (74 stotine) ili decimalu po decimalu (7 desetinki i 4 stotine) – **u oba slučaja obojen je jednako veliki dio**;
- kliknemo na gumbić “Nazad!”, nakon čega se svi objekti vraćaju u početni položaj, promijenimo vrijednost 2.74, te prozovemo nekog od učenika da opiše kako popuniti (novi) zadani dio...

3. Prošla nam je stranica pomogla da uočimo kako decimalni dio možemo čitati u komadu ili znamenku po znamenku. Ova će nam stranica pojasniti u kojem su odnosu desetinke i stotine, tj. da **podjelom desetinke na 10 jednakih dijelova dobivamo stotine** (što učenicima 5. razreda samo po sebi nije jasno).

Na slikama su prikazana “tri isječka” s ove stranice, a tekstualno ću opisati što se događa ako redom kliknemo na gumbiće:

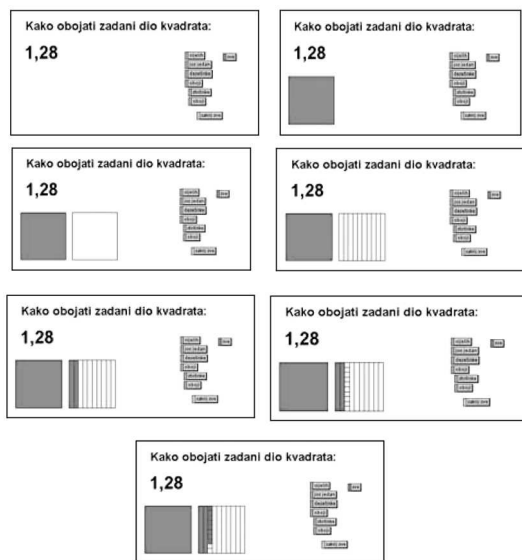
- prvo se ispisuje tekst *Uočimo jednu desetinku!* (sve tekstove koji se pojavljuju pročitamo naglas);
- jedna desetinka se spusti iz srednjeg kvadrata;



Slika 3.

- *Podijelimo je na 10 jednakih dijelova!;*
- pojavljuje se podjela;
- *Što su ti dijelovi početnom crvenom kvadratu?;*
- *STOTINKE* (naravno, prvo ćemo učenike pitati koji je odgovor, a tek nakon toga ćemo ga pokazati);
- jedna stotinka *izađe* iz trećeg kvadrata i prekrije jedan dio izdvojene desetinke;
- *Dakle, ako desetinku podijelimo na 10 jednakih dijelova, dobivamo _____.*
- na crti, nakon što od učenika čujemo odgovor, prikazemo *stotine*;
- *Ako stotinku podijelimo na 10 jednakih dijelova, dobivamo _____.*
- *tisućinke*;
- *Ako bismo tisućinku podijelili na 10 jednakih dijelova, dobili bismo _____.*
- *desettisućinke*
- nakon toga pitamo učenike kako bi priča išla dalje...

4. Ova stranica objedinjuje prethodne dvije – ovdje ćemo bojiti npr. 1.28 kvadrata na način da decimalni dio iščitavamo znamenku po znamenku i koristeći saznanje da podjelom desetinke na 10 jednakih dijelova dobivamo stotinke. Umjesto daljnjeg tekstualnog opisa, sličice će vam predočiti što dobivamo ako redom kliknemo na gumbiće:



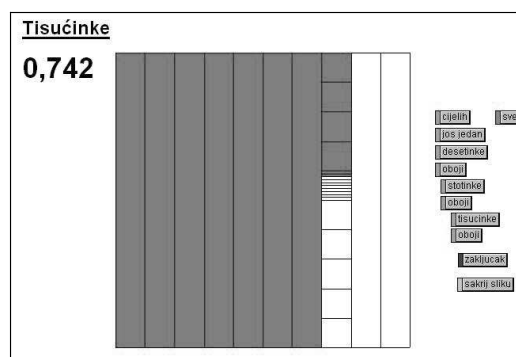
Slika 4.

Na kraju, klikom na gumb “sakrij” slika se sakrije, pa možemo zadati novi broj s dvije decimale, prozvati nekog od učenika da ispriča kako bi se bojilo, a mi njegovu priču pratimo klikovima po gumbićima... i tako nekoliko puta.

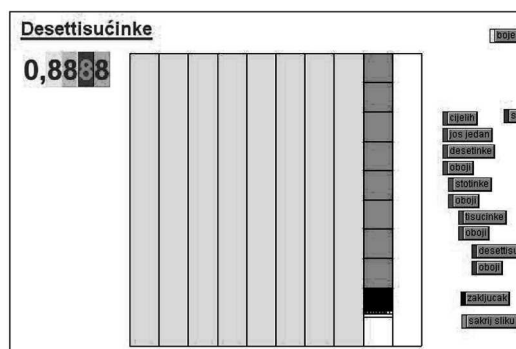
5. i 6. Nakon svega što smo u prošlim stranicama zorno pojasnili, prijelaz na tisućinke (na 5. stranici) i desettisućinke (na 6. stranici) ide sam od sebe, te već kod prvog primjera možete prozvati nekog učenika da “vas vodi”. Slike 5. i 6. prikazuju krajnji rezultat, a inače slike nastaju korak po korak.

Naravno, u oba slučaja imamo “0 cijelih” jer kvadrat mora biti velik da bismo mu mogli uočiti tisućinke i desettisućinke, pa ih ne može stati više na ekran.

Na stranici “Desettisućinke” svakoj je decimalnoj znamenci pridružena po jedna boja, te je upravo tom bojom obojen i odgovarajući dio



Slika 5.



Slika 6.

kvadrata. Na toj je stranici zadan broj 0.8888. Namjerno su sve decimale jednake da bismo uočili kako **ista znamenka na različitim decimalnim mjestima ima osjetno različite težine**. Učenike pitamo koje boje ima najviše, tj. koja osmica “najviše vrijedi” (ona na mjestu desetinki), zatim koja je osmica sljedeća po “jačini” (stotinke)... Uočimo kako idući po decimalama s lijeva na desno one predstavljaju sve manje dijelove (svaka 10 puta manji dio od prethodne). Dopisivanjem daljnjih osmica bojili bi se sve sitniji i sitniji dijelovi koji bi vrlo malo povećavali početni broj (mišem pokažemo unutar koje bi se desettisućinke to događalo, tj. **uočimo koliko bi to sitno bilo!**). Tim dopisivanjem zadani bismo broj mogli jako produljiti, ali mu se stvarna vrijednost ne bi puno promijenila. Drugim riječima:

- idući udesno po decimalama, one “sve manje vrijede”;
- ako je neki decimalni broj jako dugačak, ne znači i da je jako velik (na slici vidimo da je $0.8888 < 1$, a bilo bi i $0.888888888 < 1$).

Pri donošenju ovih zaključaka ključno je bilo razumijevanje da decimalni dio možemo čitati znamenku po znamenku (tako su nastale obje slike), te da stotinke dobivamo dijeljenjem desetinke na 10 jednakih dijelova, tisućinke dijeljenjem stotinke na 10 jednakih dijelova itd.

Naravno, na većinu ovih zaključaka učenike ćemo navesti potpitanjima, a ne im “servirati gotovo”.

Što nakon korištenja sketcha?

Vjerovali ili ne, nakon projekcije sveg opisanog preostane nam još čak 10-15 minuta do kraja sata. Čisto pristojno vrijeme da se nešto zapiše i u bilježnice, zar ne? Evo što su moji učenici zapisali nakon naslova “Decimalni brojevi – bojenje”:

1.) Dopuni rečenice:

- Ako desetinku podijelimo na 10 jednakih dijelova, dobit ćemo _____.
- Ako stotinku podijelimo na 10 jednakih dijelova, dobit ćemo _____.

Za DZ napiši kako bi glasile rečenice pod c) i d).

2.) Nacrtaj kvadrat stranice 5 cm i oboji mu:

- a) 2.7 b) 1.83 c) 3.07 d) 0.6

za DZ: e) 1.9 f) 2.48 g) 0.3 h) 0.03

U jednom sam zadatku zadala čak i 1.273 i bilo je učenika koji su i to uspjeli jako uredno obojiti, no bilo je i puno onih koji su tisućinke *sfušali*.

U 2. zadatku nisam na ploči napravila nijednu sličicu, već sam šetala između njih i po potrebi pomagala. Bila sam jako zadovoljna kako im je dobro išlo!

Sat nakon toga . . .

Sat koji sam opisala bio je prvi od tri uzastopna na kojima sam koristila projektor. Na drugom smo satu nastavili s **uspoređivanjem** decimalnih brojeva. *Sketchpad* datoteka koju sam tada koristila sadrži 4 stranice:

1. Na prvoj se od učenika traži da razmisle koji je od brojeva 2.6, 2.60 i 2.600 najveći. Nakon njihovih *pogađanja* klikovima na gumbiće obojimo odgovarajuće dijelove kvadrata (u skladu s pričom prozvanih učenika), te sa sličica uočimo da su jednaki i da one nule, iako uzrokuju sitnije podjele, zapravo ništa novo ne boje. . . dolazimo do zaključka o nulama na zadnjim decimalnim mjestima. . .

2. Na drugoj stranici uspoređujemo brojeve 2.6, 2.60 i 2.06. . . , nakon bojenja dolazimo do zaključka da se nula smije dopisati samo na **zadnjem** decimalnom mjestu, ali **ne i usred broja** (tj. tada se broj promijeni). . .

3. Na trećoj stranici pitamo se koji je od brojeva 3.4 i 2.53 veći. Većina je učenika u zabludi da je (kao i kod prirodnih brojeva) veći onaj broj koji je dulji, tj. koji ima više znamenki. Nakon što obojimo odgovarajuće dijelove kvadrata i upitamo gdje je više obojeno, kod mnogih se učenika uočava zbnjenost otkrićem (posumnjaju da smo krivo obojali), no nakon mojeg uvjerenja da je crtež dobar (možemo ga i **ponoviti** korak po korak), upitam ih mogu li uočiti **koji je dio tih brojeva najzaslužniji za veličinu broja**, tj. po kojem smo dijelu odmah mogli zaključiti da je 3.4 veći od 2.65. . . proučavajući sličice dolazimo do pravila da prvo uspoređujemo cijele dijelove. . .

4. Na četvrtoj stranici uspoređujemo 3.6 i 3.28. Slično opisanome pod 3., dolazimo do zaključka **koja je decimala presudna za veličinu decimalnog dijela**, koja je druga po važnosti (ako su desetinke jednake) itd.

I ovdje nas na željene zaključke navode sličice koje su nastale čitanjem decimalnog dijela znamenku po znamenku.

Na ovom satu, nakon izvođenja svakog od zaključaka, taj se zaključak pokaže na ekranu, a zatim ga učenici prepisu u bilježnice. Nakon toga na ploču i u bilježnice napišemo nekoliko primjera vezanih uz njega, a tek onda idemo na projekciju iduće stranice, dolazimo do idućeg zaključka itd. Na kraju, naravno, slijedi zadatak u kojem uspoređujemo razne parove brojeva, naizmjenice koristeći naučena pravila.

Treći sat

Na trećem satu, na kojem smo koristili projektor, pojasnili smo smještanje decimalnih brojeva na brojevni pravac. Nadam se da ste kroz prethodne opise shvatili kako “priča teče” (ili “može teći”), te da nema potrebe da i u vezi ovoga detaljno opisujem. Dođite na <http://public.carnet.hr/~ahorvate> i pogledajte opisane sketcheve “uživo”.

I na kraju ću vas pitati samo dvije stvari:

- Možemo li bez projektor kod učenika postići da si uspiju tako jasno (i brzo) vizualizirati decimalne brojeve, te na osnovu toga izvoditi zaključke?

- Mnoge moderne metode koje nam se u zadnje vrijeme preporučuju kao nešto čega u našoj nastavi treba biti sve više (npr. timski rad, projekti. . .) *oduzimaju* puno vremena, a ono što se nauči (ovdje mislim na obrazovne, a ne na funkcionalne i odgojne ciljeve) zapravo je manje od onoga što bismo u istom vremenu postigli *klasičnijim* načinom rada. Što u tom smislu mislite o ovome što ste pročitali u ovom članku – je li nam korištenje projektor ubrzalo donošenje zaključaka te usvajanje pravila (s razumijevanjem) ili. . . ?

Srdačan pozdrav!

IZREKE

“Ja sam samo jedan od mnogih. No, ja sam samo jedan. Ne mogu učiniti sve, ali mogu učiniti nešto. Zbog toga što ne mogu učiniti sve, neću odbiti učiniti nešto što mogu.”

(Edward Everett Hale)

“Nastava je mnogo lakša nego odgoj. Za nastavu se mora samo nešto znati. Za odgoj se mora nešto biti.”

(Adalbert Stifter: “Kasno ljeto”)

“Boriti se za nešto vrlo je plemenito. Bitno je pritom znati ponekad priznati poraz.”

(S. H. Kim)

“Nitko, tko je zbog laži dobio batina, nije na taj način naučio voljeti istinu.”

(Goethe)

“Najvažniji doprinos koji obrazovanje može pružiti razvoju djeteta jest pomoći mu i usmjeriti ga prema području u kojem mu njegova nadarenost najviše odgovara, gdje će biti zadovoljan i stručan.”

(D. Goleman: “Emocionalna inteligencija”)

“Najveća nada svake zemlje leži u primjerenom školovanju mladosti.”

(Erazmo)

“Najbolji učitelji ujedno su i najteži učitelji: oni od učenika zahtijevaju razmišljanje.”

(W. Glasser)

“Važna je svrha obrazovanja da u svim učenicima razvije ljubav prema učenju, a ne da je ubije.”

(W. Glasser)

Izabrao: Željko Nagrajsalović