

Račun, račun, ... a zdrava logika???



Jednostavni (?) zadaci o postocima

Antonija Horvatek, Ivanić Grad

Trebaju li naši učenici, osim uvježbanosti u računskim postupcima, imati razvijenu i sposobnost zdravorazumskog razmišljanja? Trebamo li mi i to vježbati s njima? Kroz kakve/koje zadatke? Zašto u našim udžbenicima, zbirkama zadataka i ispitima znanja takvih zadataka (prečesto) nema? Gdje ih naći (nije baš prejednostavno dokučiti koji su to zadaci i smisliti ih)? Kako ih uklopiti u sve ostalo što radimo, kako sve to *ispreplesti*? Imamo li u nastavi dovoljno vremena da postignemo **sve** što se od nas očekuje?

Na prva dva pitanja odgovor je očit: **DA**. Na zadnje ćemo možda imati različite odgovore, moj je: **NE**. Na ostala pitanja nije lako odgovoriti, pogotovo ovako općenito. U ovom ću se članku konkretnije dotaknuti problema zdravorazumskog razmišljanja u vezi s postocima, te kako ga približiti učenicima (7. razred). Navest ću zadatke koje u tu svrhu (po mom mišljenju) trebamo rješavati i

opisati kako se oni mogu uklopiti među ostale zadatke.

Prvi sat iz tematske cjeline postotaka realiziram kao što sam opisala u članku *Postoci – Uvodni sat: primjeri iz svakodnevnog života*, **MŠ** br. 23. Ukratko ću podsjetiti: na tom satu naučimo da je $100\% = 1$, $50\% = \frac{1}{2}$, $25\% = \frac{1}{4}$, $75\% = \frac{3}{4}$, kroz nekoliko zadataka to utvrdimo; kroz dva primjera pojasnimo da nam postotak govori koliko je nečega u skupini od 100; rješavamo zadatke tipa: *Ako je potrošeno 72% plaće, koji dio plaće nije potrošen?*, itd.

Nakon toga, na 2. satu, nakon ponavljanja i komentiranja zadaće, zajednički rješavamo donje zadatke. Slične zadajem i za zadaću. Brojevi zadani u njima su *okrugli*, tj. takvi da se njima lako računa (napamet) **ako razumijemo bit**. A svrha ovih zadataka je upravo to: **razumjeti bit i ra-**

zviti osjećaj o postocima. Radi se o sljedećim zadacima.

1. Koliki postotak od Vladine plaće čini Anina plaća ako je:

- a) Anina plaća jednaka Vladinoj;
- b) Anina plaća upola manja od Vladine;
- c) Anina plaća 2 puta veća od Vladine;
- d) Anina plaća 3 puta veća od Vladine;
- e) Anina plaća za pola Vladine plaće veća od Vladine plaće;
- f) Anina plaća 3000 kn, a Vladina 6000 kn;
- g) Anina plaća 1000 kn, a Vladina 4000 kn;
- h) Anina plaća 3000 kn, a Vladina 4000 kn;
- i) Anina plaća 8000 kn, a Vladina 2000 kn;
- j) Anina plaća 2500 kn, a Vladina 1000 kn?

2. U nekom laboratoriju vršili su pokuse na miševima. Koliki je postotak bijelih miševa ako:

- a) ukupno ima 100 miševa, a među njima 7 bijelih;
- b) od 100 miševa 15 je bijelih;
- c) od 200 miševa 18 je bijelih;
- d) od 200 miševa 70 je bijelih;
- e) od 300 miševa 90 je bijelih;
- f) od 500 miševa 40 je bijelih;
- g) od 100 miševa 90 je bijelih;
- h) od 50 miševa 6 je bijelih;
- i) od 20 miševa 3 su bijela;
- j) od 10 miševa 5 je bijelih;
- k) od 25 miševa 24 su bijela?

3. Košulja košta 120 kn i poskupljuje 50%. Kolika joj je nova cijena?

4. Hlače koštaju 400 kn. Kolika će im biti nova cijena ako one:

- a) poskupe 50%;
- b) pojeftine 50%;
- c) pojeftine 25%;
- d) poskupe 75%;
- e) poskupe 100%?

5. Mogu li one (hlače iz prethodnog zadatka) pojeftiniti 100%? Kolika bi im tada bila cijena?

6. Kolika je nova cijena majice ako ona:

- a) košta 100 kn i poskupljuje 26%;
- b) košta 200 kn i poskupljuje 12%;
- c) košta 50 kn i pojeftinjuje 40%;
- ... ?

Jednostavno? Kako kome!!!

Ono što učenicima **otežava samostalno** snalaženje u ovakvim zadacima, su **različiti** načini

razmišljanja koje koristimo prilikom njihovog rješavanja.

Razmotrimo ih:

- I. U 1. zadatku trebamo uočiti **odnos** između zadanih veličina, te **broj** koji opisuje taj odnos **pretvoriti** u postotak. Pritom koristimo jednakosti: $2 = 200\%$, $3 = 300\%$, $\frac{1}{2} = 50\%$, ...
- II. U 2. zadatku **ne** vršimo međusobnu usporedbu zadanih brojeva (kao u 1. zadatku), već **ukupni** broj miševa "**svodimo na 100**", imajući na umu da **postotak** opisuje koliko je nečega u skupini od 100.
- III. U 3. i 4. zadatku, slično kao i u 1., postotke povezujemo s razlomcima, ali ovaj put u suprotnom smjeru. U 1. smo zadatku kretali od prirodnog broja ili razlomka koji smo pretvarali u postotak, dok sad činimo obratno, od postotka idemo prema prirodnom broju ili razlomku. Uz to, ovdje izračunavamo i postotni iznos, te ga dodajemo na ili oduzimamo od osnovne vrijednosti (ali ne spominjemo ove nazive).
- IV. U 6. zadatku postotak povezujemo uz **zamišljenu** cijenu 100 kn, a tek nakon toga uz **zadani** cijenu. To podsjeća na razmišljanje opisano pod II., ali mu ipak nije istovjetno.

Kad već uspoređujemo II. i IV., uočimo i sljedeći detalj koji ih razlikuje, a učenike zbunjuje. Imamo dva zadatka:

→ Od 200 miševa 18 je bijelih. Koliki je postotak bijelih miševa?

→ Majica košta 200 kn i poskupljuje 18%. Koliko kuna je poskupljenje?

Mi, koji dobro i lako razumijemo matematiku, odmah uočavamo da to **nisu isti tipovi zadataka**, pa ne možemo očekivati ni isti postupak ni isto rješenje. Međutim, učenici još nemaju taj *pogled odozgo*. Oni uočavaju da kod rješavanja oba zadatka onaj broj 200 povezujemo sa 100. A nakon toga, čudnoga li čuda, u prvom zadatku do rješenja dolazimo **dijeljenjem** s 2, a u drugom **množenjem** s 2. Iako čuju objašnjenje, nije im lako sve to *poloviti* i u danom se trenutku prisjetiti **baš onog** načina razmišljanja koje je potrebno.

Naravno, neke od navedenih zadataka možemo riješiti i samo usmeno, koristeći grafofolije,

te otkrivajući dio po dio zadataka i rješenja. Time ćemo postići brzinu (stići ćemo riješiti više zadataka) i dinamiku sata. I inače, folije se pokazuju kao jako korisno sredstvo prilikom zajedničkog rješavanja zadataka u kojima do rješenja dolazimo jednostavnim računom napamet (pa bismo više vremena potrošili na zapisivanje zadatka, nego na njegovo rješavanje). Ali, naravno, nekoliko reprezentativnih primjera mora se naći i u bilježnici.

Tek nakon što uvježbamo navedeno, na 3. satu uvježbavamo pretvaranje postotka u razlomak i decimalni broj, i obratno. Pritom uočimo da i tim novonaučenim postupkom također dolazimo do jednakosti koje znamo otprije, npr. $50\% = \frac{1}{2} = 0.5$, $25\% = \frac{1}{4} = 0.25$, $200\% = 2, \dots$ Tek nakon toga krećemo na zadatke s *manje okruglim* brojevima, npr.:

1. a) Nogometna momčad pobijedila je u $\frac{3}{5}$ odigranih utakmica. Zapiši to pomoću postotka.
b) Pomoću razlomka i postotka zapiši u koliko je utakmica ta momčad izgubila (u odnosu na ukupni broj odigranih utakmica).

2. Od 30 dana mjeseca rujna 9 je dana padala kiša. Razlomkom i postotkom izrazi koliki je dio rujna bio kišovit.

3. Od 25 cvjetova 11 je ruža. Koliki je postotak ruža?

Prva dva zadatka navest će učenike da i u trećem do traženog postotka dođu tako da udio ruža prvo izraze pomoću razlomka, a onda taj razlomak pretvore u postotak. Nakon tog računskog postupka treba prokomentirati da isti zadatak možemo riješiti i zdravorazumski: ako je od 25 cvjetova 11 ruža, koliko bi ruža bilo u skupini od 100 cvjetova? Odgovor je 44. A kako nam postotak govori koliko je nečega u skupini od **100**, traženi postotak je 44%.

I općenito: ako je ukupan broj (u ovom zadatku – cvjetova) **djelitelj ili višekratnik broja 100**, onda do traženog postotka jednostavno dolazimo svodeći ukupan broj na 100.

S druge strane, promotrimo ovaj zadatak.

4. Od 30 cvjetova 15 je ruža. Koliki je postotak ruža?

Ovdje ukupan broj cvjetova **ne** možemo svesti na 100. Ipak, i ovaj zadatak je jednostavan jer je ovdje broj ruža *jednostavno usporediv* s ukupnim brojem cvjetova. Naime, **polovina** cvjetova su ruže, a znamo da je $\frac{1}{2} = 50\%$. Dakle, i ovdje prolazi zdravorazumsko razmišljanje, ali drugačijeg tipa od prethodnog. U ovom slučaju koristili smo razmišljanje opisano pod I., a u 3. zadatku ono pod II.

Osim uvježbavanja računskog postupka (1. i 2. zadatak) i uočavanja ovih dvaju zdravorazumskih (3. i 4. zadatak), treba uvježbati i uspješno i spretno prebacivanje s jednog razmišljanja na drugo, što učenicima **samo od sebe ne ide**.

Nakon ovih, slijedi još zadataka (jednostavnijih i složenijih) u kojima izračunavamo postotak, a zatim i oni u kojima se traži postotni iznos, osnovna vrijednost, početna cijena (ako su poznati nova cijena i postotak sniženja) ... I među takve zadatke s *nezgodnim* brojevima, kroz koje uvježbavamo razne računske postupke, stalno trebamo ubacivati i one s *jednostavnim* brojevima, te njih rješavati (i) zdravorazumskim putem, koji tu ima puno više smisla od uvježbanog računskog. Evo kako te zadatke možemo *ispreplesti* kad učimo i uvježbavamo izračunavanje postotnog iznosa:

Primjeri:

- 50% od 600 je _____.
- Na skladištu je 200 televizora. 25% televizora je marke Gorenje. Koliko je tu (komada) televizora marke Gorenje?
- 2% od 82 je _____.
- 9% od 122 je _____.
- 43% od 100 je _____.
- 63% od 200 je _____.
- Otac ima plaću 4300 kn. 17% plaće potrošio je na uplatu struje. Koliko je kuna platio struju?

Kroz primjere *c*, *d* i *g* učenike upoznajemo s računskim postupkom, a kroz *a*, *b*, *e* i *f* podsjećamo se zdravorazumskih (opisanih pod III. i IV.). Naravno, i primjere *a*, *b*, *e* i *f* možemo riješiti na isti način kao i *c*, *d* i *g*, te uočiti da na oba načina dobivamo isti rezultat. Uz to, kroz ove primjere povezujemo apstraktne zadatke (*a*, *c*, *d*, *e*, *f*) s konkretnima (*b*, *g*), uočavajući da svi oni zapravo zahtijevaju isti pristup.

Nakon ovih primjera krećemo na zadatke, jednostavnije i složenije. Navest ću dva, unutar kojih se opet isprepliću zdravorazumski i računski postupci. U prvom zadatku je, osim *balansiranja* između tih dvaju postupaka, važno pažljivo uočavati **od kojeg broja** računamo postotak, tj. što je **osnovna vrijednost**.

1. U 1. je razredu tridesetero djece.

- a) 40% razreda čine djevojčice. Koliko je u tom razredu djevojčica, a koliko dječaka?
- b) Jednog dana 25% djevojčica zbog bolesti nije došlo u školu. Koliko je djevojčica taj dan izostalo, a koliko ih je bilo u školi?
- c) 50% dječaka ima crnu kosu, a ostali smeđu. Koliko dječaka ima crnu, a koliko smeđu kosu?
- d) 70% učenika tog razreda preboljelo je vodene kozice. Koliko je to učenika?

2. a) Košulja košta 200 kn. Ona poskupljuje

50 kn, a zatim pojeftinjuje 50 kn. Kolika joj je najnovija cijena?

b) Košulja košta 200 kn. Ona poskupljuje 50%, a zatim pojeftinjuje 50%. Kolika joj je najnovija cijena?

c) Mikser košta 178 kuna. On pojeftinjuje 26%, a zatim poskupljuje 26%. Hoće li mu cijena nakon toga opet biti 178 kuna? Ako ne, kolika će biti?

Kad se učenici prvi put susretnu sa zadatkom poput 2.b), većina je uvjerena da će najnovija cijena biti jednaka početnoj. Da bismo lakše uočili zašto nije tako, u a) i b) zadatku su zadani **jednostavni** brojevi, pa zahvaljujući tome, umjesto na složeni račun naglasak možemo staviti na uočavanje razlike među njima: u a) zadatku i poskupljenje i sniženje iznose jednako mnogo **kuna**, dok u b) zadatku, iako su postoci jednaki, **iznosi kuna nisu**, jer 50% **ne** računamo u oba slučaja od **iste** vrijednosti.

Daljnje zadatke neću navoditi jer se oni po tipovima podudaraju s onima kakve imamo u našim udžbenicima i zbirkama zadataka, uz dodatak *zdravorazumskih*.

Iz svega što sam napisala možemo zaključiti da sam ja *uobičajenom* broju sati predviđenom za cjelinu *Postoci* dodala još 2 *neuobičajena* sata (to su prva dva sata) na kojima vježbamo razmišljati bez komplikacija s *nezgodnim* brojevima. A budući da takve zadatke zadajem i na ostalim satovima,

te uvježbavamo prijelaze između tih različitih postupaka, broj potrebnih sati se (u odnosu na *uobičajen*) još više povećava. No, mislim da tako ipak treba raditi jer se inzistiranjem na zdravorazumskim razmišljanjima kod učenika počinje razvijati *pogled odozgo*, tj. **osjećaj** o tome **što** se zapravo događa u zadacima, a zahvaljujući tome oni će i u zadacima s *nezgodnim* brojevima lakše razumjeti postupak i procijeniti rezultat.

Mislim da nam toga u nastavi na puno mjesta nedostaje, te da nam ponekad učenici *od silne šume ne vide stablo*. Matematiku ne čine samo brojevi. Čine je i određeni načini razmišljanja, sposobnost prebacivanja s jednog načina razmišljanja na drugi, uočavanje i korištenje onog načina koji brže i lakše vodi do rješenja, sposobnost povezivanja, uočavanja sitnih detalja koji utiču na rješenje, sposobnost procjene, osjećaj za rezultat, i još mnogo toga.

Kad bismo više promišljali, razgovarali i slušali o tome **kako to konkretno** postići u uvjetima koje danas imamo u nastavi, kad bi naši **udžbenici** i **zbirke zadataka** (koji bi nam trebali biti putokazi i oslonci) sadržavali pojašnjenja i zadatke kojima bi nam olakšali i ukazali na važnost postizanja tih ciljeva (a to danas prečesto **nije** slučaj), kad bismo imali **dovoljno vremena** u nastavi da postignemo sve što se od nas očekuje i kad bismo se češće mogli/stigli ležerno poigrati s jednostavnom matematikom (ne podsjećaju li zdravorazumski zadaci na igru?). . . , vjerujem da bi kvaliteta nastave i znanja naših učenika bila podosta drugačija od današnje.

No, gdje bi nam tada bio kraj???