REGIONALNO NATJECANJE

1996. godina

Slavonija - Osječka regija

5. razred

1. a) Kakav izraz *J* dobivamo ako se u izrazu *I=a-(c+de):b* , *a* poveća tri puta; *c* poveća za 2c; *d* poveća šest puta; e umanji dva puta?
   b) Izračunajte I i J i ispitajte njihov odnos ako je a = 4.2, *b*=10, *c*=0.3, d=0.1, *e*=2.

2. U razredu od 30 učenika organiziran je ples. Učenici plešu u parovima - jedan dječak i jedna djevojčica. Prvi je učenik ukupno plesao s 11 djevojčica, drugi s 12, treći s 13, dok je posljednji učenik plesao sa svim djevojčicama u razredu. Ako su svi učenici plesali, koliko je bilo u razredu dječaka, a koliko djevojčica? Obrazložite odgovor.

3. Adam, Stjepan, Josip i njihove učiteljice iz matematike, Marija, Ana i Eva, iz tri su različita grada, Osijeka, Požege i Vinkovaca. Poznati su ovi podaci: Eva nije Stjepanova učiteljica; Josip nije iz Vinkovaca; Stjepan nije iz Požege; Marija je iz Požege; Marija nije Josipova učiteljica. Tko je komu učiteljica i iz kojeg su grada?

4. 48 knjiga smješteno je na tri police. S prve police premjestimo na drugu policu onoliko knjiga koliko ih je bilo na drugoj polici. S druge police premjestimo na treću policu onoliko knjiga koliko ih je bilo na trećoj polici. Na kraju s treće police premjestimo na prvu policu onoliko knjiga koliko ih je preostalo na prvoj polici. Ako je sad na svakoj polici jednak broj knjiga, koliko je na početku bilo knjiga na svakoj polici. Obrazložite odgovor.

5. Dana je kružnica *k(S, r* = 3 cm) sa središtem u točki *S* i polumjerom r = 3 cm i trokut *ABC,* takav da je |SA| = 8 cm, |*SB*| = |SC| = 10 cm, |AB| = |*AC*| = 4 cm. Konstruirajte kružnicu *k,* trokut *ABC* i simetralu *s* dužine $\overline{SA}$. Ako je *s* os osne simetrije ravnine crtnje, nađite konstruktivno one točke trokuta *ABC* koje se tom simetrijom preslikaju na neke točke kružnice k. Opišite postupak.

REGIONALNO NATJECANJE

1996. godina

Slavonija - Osječka regija

RJEŠENJA - 5. RAZRED

1. a)

I. način:

$I = a - (c + de) : b$

$J = 3a - (3c + 6d \cdot \frac{1}{2} e) : b,$

$J = 3a - (3c + 3de) : b$

$J = 3a - 3(c + de) : b$

$J = 3 \cdot [a - (c + de) : b]$

$J = 3I.$

Izraz I povećava se tri puta.

II. način:

Kada se a poveća tri puta, dobit ćemo 3a. Kada se c uveća za 2c, dobit ćemo 3c. Ako se jedan čimbenik d poveća šest puta, a drugi e umanji dva puta, tada se umnožak de poveća tri puta, tj. dobit ćemo $3de$. Ako se svaki od pribrojnika c i de poveća tri puta (tj. uzmemo li pribrojnike 3c i $3de$), tada se i zbroj c + de poveća tri puta, tj. dobit ćemo $3 \bullet (c + de)$. Ako se djeljenik $c + de$ poveća tri puta (tj. uzmemo li djeljenik $3 \bullet (c + de)$), a djelitelj b ostane isti, tada je i novi količnik $3(c + de) : b$ tri puta veći u odnosu na raniji $(c + de) : b$. Kada se i umanjenik a i umanjitelj $(c + de) : b$ povećaju tri puta (tj. uzmemo li umanjenik 3a i umanjitelj $3(c + de) : b$), tada se i ranija razlika $I = a - (c + de) : b$ poveća tri puta, tj. dobivamo izraz

$J = 3 \cdot [a - (c + de) : b] = 3 \cdot I$

b) $a = 4.2$, $b = 10$, $c = 0.3$, $e = 2$, $I = a - (c + de) : b$, $I = 4.2 - (0.3 + 0.1 \cdot 2) : 10$, $I = 4.2 - (0.3 + 0.2) : 10$, $I = 4.2 - 0.5 : 10 = 4.2 - 0.05 = 4.15$; $J = 3a - [(c + 2c) + (6d) \bullet (e : 2)] : b$, $J = 3 \cdot 4.2 - [(0.3 + 2 \cdot 0.3) + (6 \cdot 0.1) \bullet (2:2)] : 10$, $J = 12.6 - (0.9 + 0.6)\ 10$, $J = 12.6 - 1.5 : 10 = 12.6 - 0.15 = 12.45$, $J = 3 \cdot I$.

2. Neka je x broj dječaka u razredu. Tada je $30 - x$ broj djevojčica u razredu.

1. dječak plesao je s 11 = 10 + 1 djevojčica,
2. dječak plesao je s 12 = 10 + 2 djevojčica,
3. dječak plesao je s 13 = 10 + 3 djevojčica,

...

x-ti dječak plesao je s $10 + x = 30 - x$ djevojčica.

U razredu je bilo djevojčica za 10 više nego dječaka. Iz $10 + x = 30 - x$ slijedi $(10 + x) + x = 30$, $10 + (x + x) = 30$, $10 + 2x = 30$, $2x = 30 - 10$, $2x = 20$, $x = 20 : 2$, $x = 10$ dječaka, $30 - x = x + 10 = 20$ djevojčica. U razredu je bilo 10 dječaka i 20 djevojčica.

Pokus (provjera): broj dječaka+broj djevojčica = 30, 10+20 = 30, 30 = 30. Broj djevojčica = 10 + broj dječaka, 20 = 10 + 10, 20 = 20.

3.

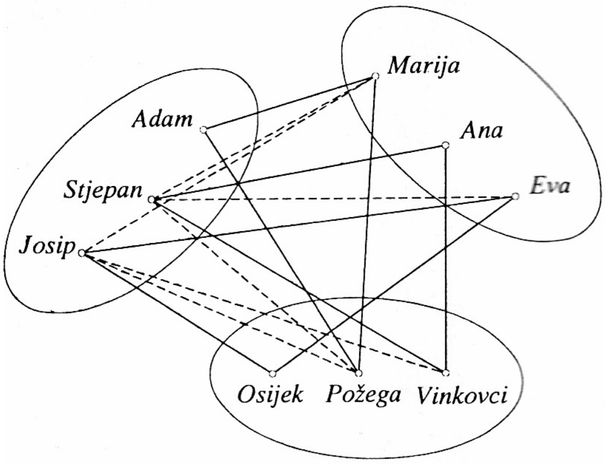
<u>I. način</u> *(tablično):*

	Marija	Ana	Eva	Osijek	Požega	Vinkovci
Adam	+	–	–	–	+	–
Stjepan	–	+	–	–	–	+
Josip	–	–	+	+	–	–
Osijek	–	–	+			
Požega	+	–	–			
Vinkovci	–	+	–			

Marija uči Adama u Požegi, Ana Stjepana u Vinkovcima, Eva Josipa u Osijeku.

<u>*II. način*</u> *(grafički):*

Istinitu relaciju označimo punom, a neistinitu crtkanom dužinom.



Marija uči Adama u Požegi, Ana Stjepana u Vinkovcima, Eva Josipa u Osijeku.

<u>*III. način*</u> *(logički):*

Stjepan nije iz Požege, a Marija jest, pa Marija nije Stjepanova učiteljica. Kako nije ni Josipova, tada je Marija Adamova učiteljica. Budući je Marija iz Požege, tada je i Adam iz Požege. Ni Josip ni Adam nisu iz Vinkovaca, pa je Stjepan iz Vinkovaca, a onda Josip mora biti iz Osijeka. Eva nije Stjepanova učiteljica, a nije ni Adamova (jer je to Marija), pa je tada Eva Josipova učiteljica. Kako je Josip iz Osijeka, tada je i Eva iz Osijeka. Preostaje jedino da je Ana Stjepanova učiteljica. Kako je Stjepan iz Vinkovaca, tada je i Ana iz Vinkovaca.

Marija uči Adama u Požegi, Ana Stjepana u Vinkovcima, Eva Josipa u Osijeku.

4. Na kraju je na svakoj polici bilo po 48 : 3 = 16 knjiga. Prije nego što smo knjige s treće police prebacili na prve, na prvoj je polici bilo $\frac{1}{2} \cdot 16 = 8$ knjiga, a toliko (8) ih je prebačeno s treće police. Zato su na trećodj polici bile 16 + 8 = 24 knjige nakon što smo dio knjiga prebacili s druge na treću policu. To znači da je na

trećoj polici na početku bilo $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ knjiga, a toliko (12) smo ih prebacili s druge police. Odatle slijedi da je prije prebacivanja knjiga s druge na treću policu, a nakon prebacivanja knjiga s prve na druge policu, na drugoj polici bilo $16 + 12 = 28$ knjiga. Stoga je na same početku na drugoj polici bilo $\frac{1}{2} \cdot 28 = 14$ knjiga, a toliko (14) smo ih prebacili s prve police. Konačno, na prvoj su polici na početku bile
$8 + 14 = 22$ knjige.
Dakle, na početku je na prvoj, drugoj i trećoj polici bilo redom 22, 14 i 12 knjiga.

5. Konstruiramo kružnicu k(S,r=3cm). Pomoću trokuta SAB i SAC konstruiramo trokut ABC. Konstruiramo simetralu *s* dužine $\overline{SA}$. Konstruiramo kružnicu
k' (S'≡A, r) kao osnosimetričnu sliku kružnice k(S, r) u odnosu na os simetrije s. Presjek kružnice k' i trokuta ABC tražene su točke K, L, M. N. Naime, kako se kružnica k osnom simetrijom preslikala u kružnicu k', tada će se i kružnica k' tom istom simetrijom preslikati na kružnicu k. Budući da su točke K, L, M, N na kružnici k', tada će točke K', L', M', N' biti na kružnici k.
Do istog smo rješenja mogli doći i s tom osnom simetrijom preslikavanjem trokuta ABC u trokut A'B'C', te preslikavanjem točaka K', L', M', N', kao presjeka trokuta A'B'C' i kružnice k u točke K, L, M, N. Kako su točke K', L', M', N' na trokutu A'B'C', tada će točke K, L, M, N biti na trokutu ABC. Dakle, K, L, M, N tražene su točke.