

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
1. ožujka 1997. godine

5. razred

1. Kojih peteroznamenastih brojeva je više: onih koji nisu djeljivi sa 5 ili onih kojima su i znamenka tisućica i znamenka desettisućica različite od 5?

2. Odredi znamenke a i b u broju $\overline{64a4b}$ tako da taj broj pri dijeljenju sa 3 daje ostatak 1, pri dijeljenju sa 5 ostatak 2, a pri dijeljenju sa 4 ostatak 3.

3. Razlika dva broja je 83. Ako veći broj povećamo četiri puta, a manji ostane isti, nova razlika je 674. Koji su to brojevi?

4. U 5^b razredu u prvom polugodištu bilo je dva puta više dječaka nego djevojčica, a u 5^a je broj dječaka i djevojčica bio isti.

U drugom polugodištu dva dječaka iz 5^b prešla su u 5^a , a 6 djevojčica iz 5^a u 5^b . Nakon tog preseljenja u 5^a ima dvostruko više dječaka nego djevojčica, a u 5^b dječaka ima za jedan više od djevojčica.

Koliko je u prvom polugodištu bilo djevojčica u 5^a , a koliko u 5^b ?

5. U ravnini je dan pravac p i točka A koja ne leži na pravcu p (vidi sliku). Konstruiraj kvadrat $ABCD$ kojemu je točka A jedan vrh, a pravac p os simetrije. Koliko postoji rješenja?

_____ p

A^o

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA ČLAN KOMISIJE JE DUŽAN I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Peteroznamenasti broj zapišimo u obliku $\overline{abcde}$. Izračunajmo koliko ima peteroznamenastih brojeva koji nisu djeljivi sa 5, tj. kojima znamenka jedinica nije 0 ili 5. Znamenku a možemo napisati na 9 načina, jer je $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; znamenke b, c, d na 10 načina, jer je $b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ i znamenku e na 8 načina, jer je $e \in \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$. Dakle, peteroznamenastih brojeva koji nisu djeljivi sa 5 ima $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 8 = 72000$. 5 BODOVA

Izračunajmo koliko ima peteroznamenastih brojeva kojima su znamenke a i b različite od 5. Znamenku a možemo napisati na 8 načina, jer je $a \in \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$; znamenku b možemo napisati na 9 načina, jer je $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$; znamenke c, d i e možemo napisati na 10 načina, jer je $c, d, e \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Dakle, peteroznamenastih brojeva kojima su znamenke a i b različite od 5 ima $8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 72000$. 5 BODOVA

Vidimo da peteroznamenastih brojeva koji nisu djeljivi sa 5 ima jednako mnogo kao i peteroznamenastih brojeva kojima su znamenke a i b različite od 5.

UKUPNO 10 BODOVA

2. Ako broj pri djeljenju sa 5 ima ostatak 2, tada znamenka b može biti ili 2 ili 7. 3 BODA

Posljednje dvije znamenke broja $\overline{64a4b}$ umanjenog za 3 moraju biti djeljive sa 4, a to je slučaj samo kad je $b = 7$. 3 BODA

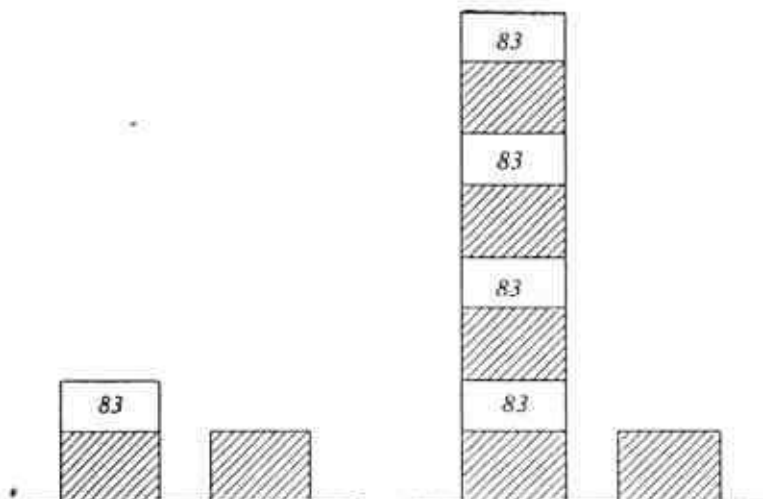
Dakle, broj ima oblik $\overline{64a47}$. Taj broj umanjen za 1 mora biti djeljiv sa 3, tj. broj $\overline{64a4b}$ je djeljiv sa 3. Prema kriteriju djeljivosti, broj je djeljiv sa 3 ako mu je zbroj znamenaka $6 + 4 + a + 4 + 6 = 20 + a$ djeljiv sa 3, a to je u slučaju kad je $a = 1$, $a = 4$ ili $a = 7$. 4 BODA

UKUPNO 10 BODOVA

3. Ako manji broj označimo sa x , tada je veći broj jednak $x + 83$ i vrijedi $4(x + 83) - x = 674$, tj. $x = 114$, a $x + 83 = 197$. To su brojevi 114 i 197.

Zadatak se može riješiti i grafički, tj. bez upotrebe jednadžbe. Pomoću dva stupca prikazimo odnos dva broja dan u prvoj rečenici (slika 3.1).

Kad veći broj uvećamo četiri puta stupci izgledaju kao na slici 3.2. Razlika između ta dva stupca je 674, tj. jedan mali (iscrtkani) stupac je $(674 - 4 \cdot 83) : 3 = 114$.



Slika 3.1

Slika 3.2

Postupak se boduje sa 4 boda, a točan rezultat za svaki od brojeva sa po 3 boda.

UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je x broj dječaka, a ujedno i broj djevojčica u 5^a u prvom polugodištu. Nakon preseljenja vrijedi $x + 2 = 2(x - 6)$, tj. $x = 14$. U prvom polugodištu u 5^a je bilo 14 djevojčica. 5 BODOVA

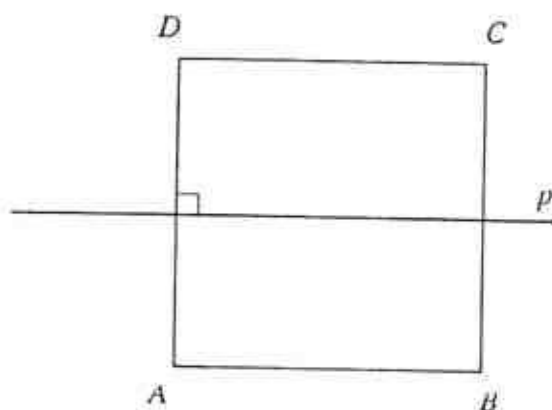
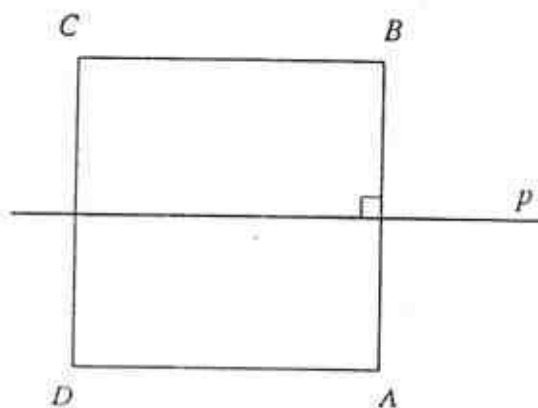
Neka je y broj djevojčica u 5^b u prvom polugodištu. Tada dječaka ima $2y$ i nakon preseljenja vrijedi jednakost $2y - 2 = (y + 6) + 1$, tj. $y = 9$. U prvom polugodištu u 5^b je bilo 9 djevojčica. 5 BODOVA

UKUPNO 10 BODOVA

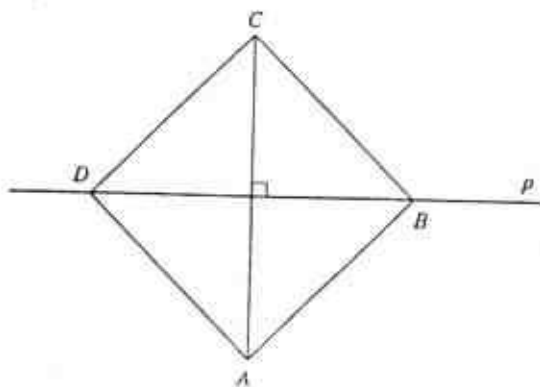
Zadatak se može riješiti bez upotrebe jednadžbi. U prvom polugodištu u 5^a je bio jednak broj djevojčica i dječaka, a u drugom su došla 2 dječaka, a otišla šest djevojčica, tj. sada ima za 8 više dječaka nego djevojčica. A prema uvjetima zadatka, u drugom polugodištu, dječaka ima dvostruko više nego djevojčica, pa zaključujemo da je u 5^a u drugom polugodištu 8 djevojčica i 16 dječaka, a u prvom polugodištu je bilo 14 djevojčica i isto toliko dječaka.

U 5^b je u drugom polugodištu došlo 6 djevojčica, a otišla su dva dječaka i nakon toga je dječaka bilo za 1 više nego djevojčica. Da nije došlo tih 6 djevojčica, dječaka bi bilo za 7 više, a da nisu otišla dva dječaka bilo bi ih za 9 više od djevojčica. Dakle, u prvom polugodištu je dječaka bilo za 9 više od djevojčica, a prema uvjetu zadatka bilo ih je dvostruko više nego djevojčica. Dakle, u prvom polugodištu je u 5^b razredu bilo 9 djevojčica i 18 dječaka.

5. Kvadrat $ABCD$ ima 4 osi simetrije: dvije koje prolaze polovištima nasuprotnih stranica i dvije koje sadrže dijagonale. Budući da točka A ne leži na pravcu p , p ne može biti os simetrije koja prolazi dijagonalom $\overline{AC}$. Dakle, postoje tri rješenja: točka A se osnom simetrijom obzirom na pravac p može preslikati u susjedni vrh B ili D ili u nasuprotni vrh C .



Ako je učenik nacrtao jedno od ova dva rješenja dobiva 4 boda, a za oba 6 bodova.



Ovo rješenje boduje se sa 4 boda.

UKUPNO 10 BODOVA